



Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.
 So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.

Aufgabenblatt #12.4 Bestimmungsaufgaben (Geometrie)

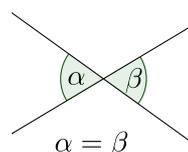
Ziele:

- Wiederholung und Vertiefung des Unterrichtsstoffs.
- Erstellen informativ gestalteter Figuren (Skizzen) zum Abspeichern von Aufgabenstellung und Lösungsplan.
- Stellen von Teilzielfragen bzw. Hilfsmittelfragen zur Lösungsfindung.
- Bewußtes Anwenden der Strategien „Vorwärtsarbeiten“ und „Rückwärtsarbeiten“.
- Erkennen und Lösen überbestimmter Aufgaben.
- Erkennen und Lösen parameterhaltige Aufgaben (s.a. Proben am Spezialfall).

Merkstoff (Sätze zu Winkeln und Dreiecken)

Definition

Zwei Winkel heißen Scheitelwinkel, wenn sie einen gemeinsamen Scheitelpunkt besitzen und ihre Schenkel zwei Geraden bilden.



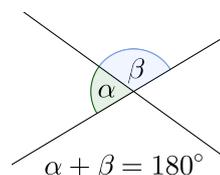
Scheitelwinkelsatz

Wenn zwei Winkel Scheitelwinkel sind, dann sind sie gleich groß.

(Gilt die Umkehrung?)

Definition

Zwei Winkel heißen Nebenwinkel, wenn sie einen gemeinsamen Scheitelpunkt und einen gemeinsamen Schenkel besitzen. Die verbleibenden beiden Schenkel bilden eine Gerade.



Nebenwinkelsatz

Wenn zwei Winkel Nebenwinkel sind, dann sind sie zusammen 180° groß.

(Gilt die Umkehrung?)

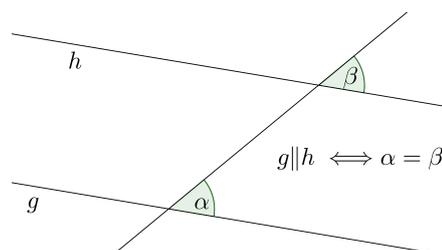
Stufenwinkelsatz

Wenn die Geraden g und h parallel sind, dann sind Stufenwinkel an g und h gleich groß.

Kehrsatz

Wenn Stufenwinkel an g und h gleich groß sind, dann sind g und h parallel.

(Gilt die Umkehrung?)





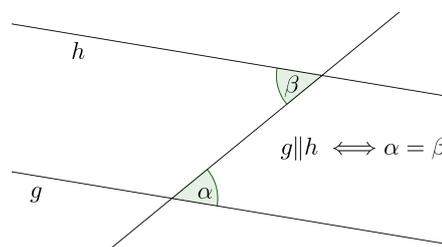
Wechselwinkelsatz

Wenn die Geraden g und h parallel sind, dann sind Wechselwinkel an g und h gleich groß.

Kehrsatz

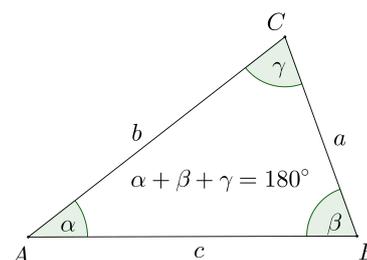
Wenn Wechselwinkel an g und h gleich groß sind, dann sind g und h parallel.

(Gilt die Umkehrung?)



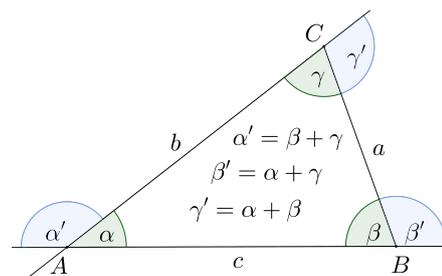
Innenwinkelsatz für Dreiecke

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel 180° .



Außenwinkelsatz für Dreiecke

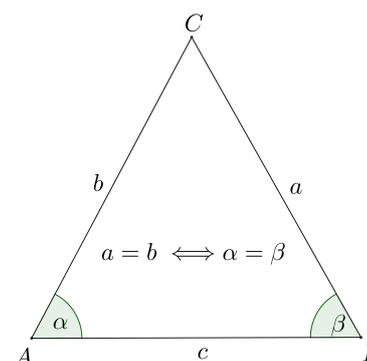
Jeder Außenwinkel eines Dreiecks ist so groß wie die Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel des Dreiecks.



Satz vom gleichschenkligen Dreieck (Basiswinkelsatz)

Wenn in einem Dreieck zwei Seiten gleichlang sind, dann sind die diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel gleich groß (Basiswinkel).

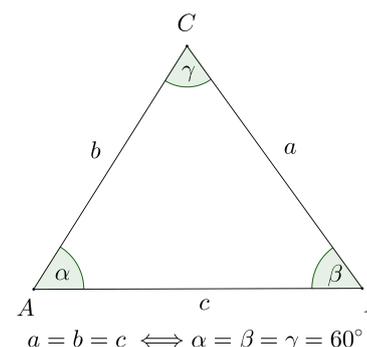
Kehrsatz: Wenn in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß sind, dann sind die beiden gegenüberliegenden Seiten gleich lang.



Satz vom gleichseitigen Dreieck

Wenn in einem Dreieck alle drei Seiten gleichlang sind, dann sind alle Innenwinkel 60° groß.

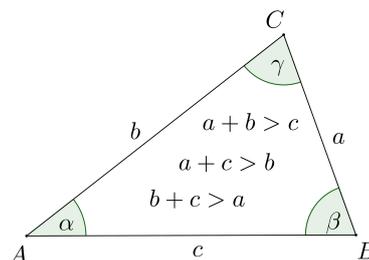
Kehrsatz: Sind in einem Dreieck alle Innenwinkel 60° groß, dann sind alle Seiten des Dreiecks gleichlang.





Dreiecksungleichung

In jedem Dreieck ist die Summe je zweier Seitenlängen stets größer als die dritte Seitenlänge.



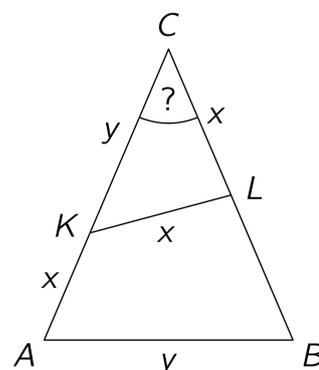
1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

(1) **Känguru-Wettbewerb 2018, Klassen 7/8**

In einem gleichschenkligen Dreieck ABC sind die Seiten \overline{AC} und \overline{BC} gleich lang. Auf \overline{AC} liegt ein Punkt K und auf \overline{BC} ein Punkt L so, dass die Strecken \overline{AK} , \overline{KL} und \overline{LC} die Länge x und die Strecken \overline{AB} und \overline{KC} die Länge y haben (Abbildung nicht maßstabsgerecht).

Wie groß ist der Winkel ACB ?

- (A) 30° (B) 32° (C) 36° (D) 40° (E) 45°

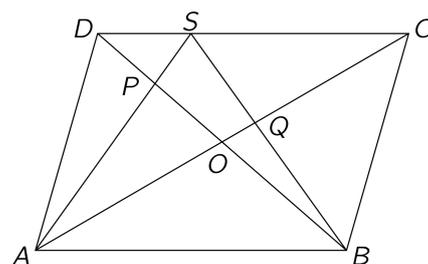


(2) **Känguru-Wettbewerb 2017, Klassen 7/8**

Es sei $ABCD$ ein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt F , O der Schnittpunkt der Diagonalen, S ein Punkt auf der Seite \overline{CD} , P der Schnittpunkt von \overline{AS} mit \overline{BD} und Q der Schnittpunkt von \overline{BS} mit \overline{AC} .

Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks $SPOQ$, wenn S so liegt, dass die Summe der Flächeninhalte der Dreiecke APD und BCQ genau $\frac{1}{3}F$ beträgt?

- (A) $\frac{1}{8}F$ (B) $\frac{1}{10}F$ (C) $\frac{1}{12}F$ (D) $\frac{1}{14}F$ (E) $\frac{1}{16}F$

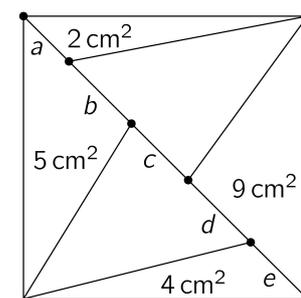


(3) **Känguru-Wettbewerb 2015, Klassen 7/8**

Ein Quadrat ist durch eine Diagonale und vier Strecken in Dreiecke zerlegt. Für einige dieser Dreiecke ist der Flächeninhalt angegeben. Der Flächeninhalt des Quadrats beträgt 30 cm^2 . (Abbildung nicht maßstabsgerecht)

Welcher der Diagonalenabschnitte ist am längsten?

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e





2. Mathematik-Olympiade, 630735

Es sei ABC ein spitzwinkliges Dreieck. Der Fußpunkt der Höhe auf der Seite \overline{AB} wird mit H bezeichnet. Es sei D derjenige Punkt auf der Winkelhalbierenden des Winkels $\sphericalangle CBA$, für den $|\sphericalangle DCB| = 90^\circ$ gilt. Der Schnittpunkt der Höhe \overline{CH} und der Gerade BD wird mit E bezeichnet.

- Skizziere diesen Sachverhalt.
- Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt, dass das Dreieck CDE stets ein gleichschenkliges Dreieck ist.

3. Mathematik-Olympiade, 520736

- Die Abbildung A 520736 a zeigt ein Quadrat $ABCD$; seine Seitenlänge betrage 1 dm. Es gelte außerdem $s = \frac{1}{4}$ dm.

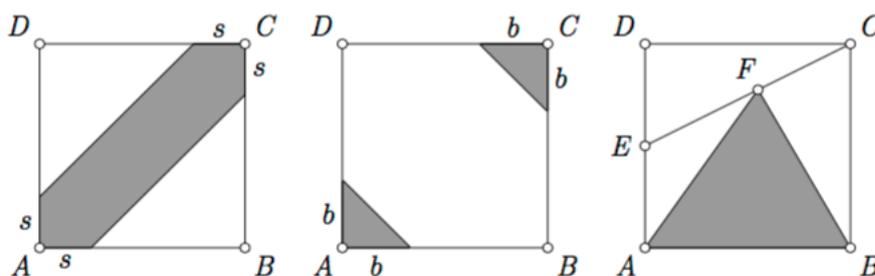
Ermittle den Flächeninhalt des grauen Teiles.

- Die Abbildung A520736b zeigt ein Quadrat $ABCD$; seine Seitenlänge betrage 63 mm. Von diesem Quadrat wurden zwei gleich große, gleichschenklige Dreiecke abgeschnitten; diese wurden in der Abbildung grau gekennzeichnet. Die weiße Restfläche habe einen Flächeninhalt von 38 cm^2 .

Ermittle aus diesen Angaben die Schenkellänge b der Dreiecke.

- Es sei $ABCD$ ein Quadrat mit der Seitenlänge a und es seien E der Mittelpunkt der Seite \overline{AD} sowie F ein Punkt auf der Strecke \overline{EC} , siehe Abbildung A 520736 c. Außerdem seien die Dreiecke AFE und BCF flächeninhaltsgleich.

Ermittle unter diesen Voraussetzungen den Flächeninhalt des grauen Dreiecks ABF in Abhängigkeit von a .



A 520736 a

A 520736 b

A 520736 c

Quellen

- Aufgabe 1:
Känguru Wettbewerb
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgabe 2 und 3:
Mathematik-Olympiade
<https://www.mathematik-olympiaden.de>