



Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.  
 So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.

## Aufgabenblatt #12.3 Bestimmungsaufgaben (Geometrie)

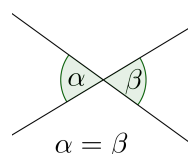
Ziele:

- Wiederholung und Vertiefung des Unterrichtsstoffs.
- Erstellen informativ gestalteter Figuren (Skizzen) zum Abspeichern von Aufgabenstellung und Lösungsplan.
- Stellen von Teilzielfragen bzw. Hilfsmittelfragen zur Lösungsfindung.
- Bewußtes Anwenden der Strategien „Vorwärtsarbeiten“ und „Rückwärtsarbeiten“.
- Erkennen und Lösen überbestimmter Aufgaben.
- Erkennen und Lösen parameterhaltige Aufgaben (s.a. Proben am Spezialfall).

### Merkstoff (Sätze zu Winkeln und Dreiecken)

#### Definition

Zwei Winkel heißen Scheitelwinkel, wenn sie einen gemeinsamen Scheitelpunkt besitzen und ihre Schenkel zwei Geraden bilden.



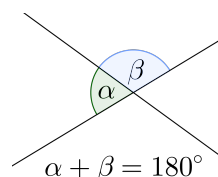
#### Scheitelwinkelsatz

Wenn zwei Winkel Scheitelwinkel sind, dann sind sie gleich groß.

(Gilt die Umkehrung?)

#### Definition

Zwei Winkel heißen Nebenwinkel, wenn sie einen gemeinsamen Scheitelpunkt und einen gemeinsamen Schenkel besitzen. Die verbleibenden beiden Schenkel bilden eine Gerade.



#### Nebenwinkelsatz

Wenn zwei Winkel Nebenwinkel sind, dann sind sie zusammen  $180^\circ$  groß.

(Gilt die Umkehrung?)

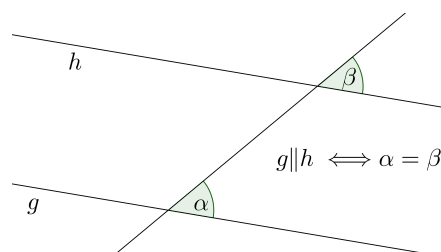
#### Stufenwinkelsatz

Wenn die Geraden  $g$  und  $h$  parallel sind, dann sind Stufenwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß.

#### Kehrsatz

Wenn Stufenwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß sind, dann sind  $g$  und  $h$  parallel.

(Gilt die Umkehrung?)



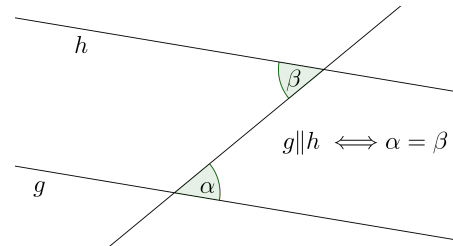


### Wechselwinkelsatz

Wenn die Geraden  $g$  und  $h$  parallel sind, dann sind Wechselwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß.

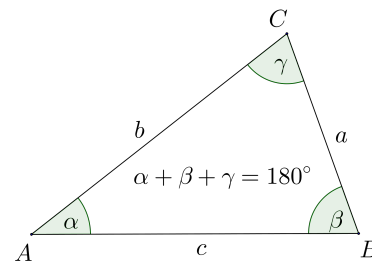
#### Kehrsatz

Wenn Wechselwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß sind, dann sind  $g$  und  $h$  parallel.  
(Gilt die Umkehrung?)



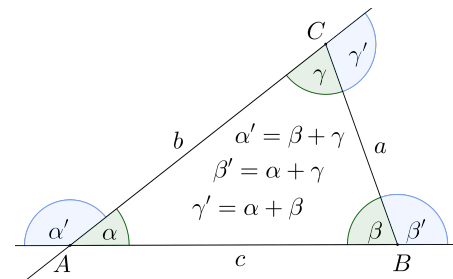
### Innenwinkelsatz für Dreiecke

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel  $180^\circ$ .



### Außenwinkelsatz für Dreiecke

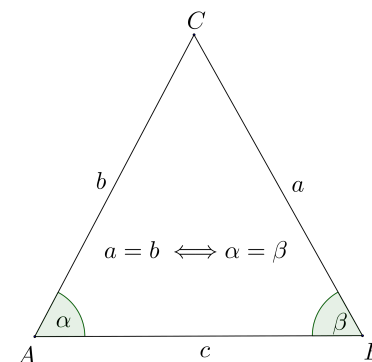
Jeder Außenwinkel eines Dreiecks ist so groß wie die Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel des Dreiecks.



### Satz vom gleichschenkligen Dreieck (Basiswinkelsatz)

Wenn in einem Dreieck zwei Seiten gleichlang sind, dann sind die diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel gleich groß (Basiswinkel).

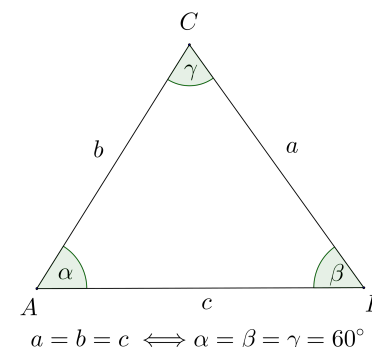
*Kehrsatz:* Wenn in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß sind, dann sind die beiden gegenüberliegenden Seiten gleich lang.



### Satz vom gleichseitigen Dreieck

Wenn in einem Dreieck alle drei Seiten gleichlang sind, dann sind alle Innenwinkel  $60^\circ$  groß.

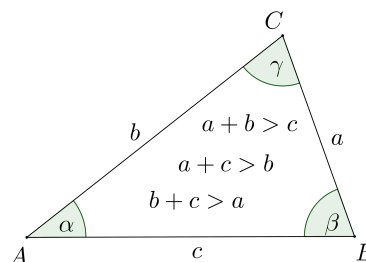
*Kehrsatz:* Sind in einem Dreieck alle Innenwinkel  $60^\circ$  groß, dann sind alle Seiten des Dreiecks gleichlang.





### Dreiecksungleichung

In jedem Dreieck ist die Summe je zweier Seitenlängen stets größer als die dritte Seitenlänge.



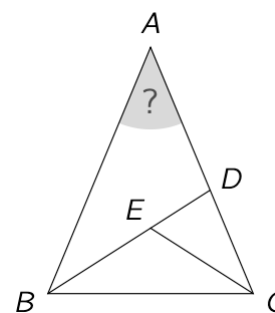
1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

(1) **Känguru-Wettbewerb 2022, Klassen 7/8**

Das gleichschenklige Dreieck  $ABC$  kann wie abgebildet in drei kleinere gleichschenklige Dreiecke zerlegt werden. Dabei gelten  $|\overline{AB}| = |\overline{AC}|$ ,  $|\overline{AD}| = |\overline{BD}|$ ,  $|\overline{CD}| = |\overline{CE}|$  und  $|\overline{BE}| = |\overline{CE}|$  (Abbildung nicht maßstabsgerecht).

Wie groß ist der Innenwinkel bei  $A$ ?

- (A)  $24^\circ$  (B)  $28^\circ$  (C)  $30^\circ$  (D)  $32^\circ$  (E)  $36^\circ$



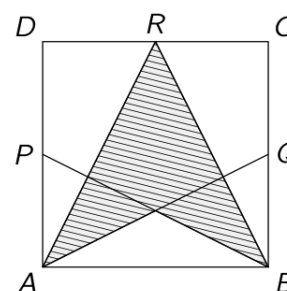
(2) **Känguru-Wettbewerb 2019, Klassen 7/8**

Rechts ist ein Quadrat  $ABCD$  abgebildet.

Die Punkte  $P$ ,  $Q$  und  $R$  sind die Mittelpunkte der Seiten  $\overline{DA}$ ,  $\overline{BC}$  und  $\overline{CD}$ .

Welcher Anteil des Quadrats  $ABCD$  ist schraffiert?

- (A)  $\frac{3}{8}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{7}{16}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{5}{12}$

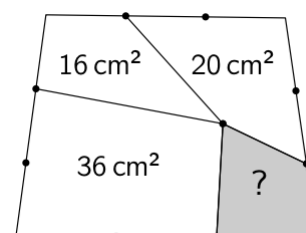


(3) **Känguru-Wettbewerb 2021, Klassen 7/8**

Die Seiten des abgebildeten Vierecks wurden gedrittelt und pro Seite wurde einer der Teilungspunkte wie abgebildet mit einem Punkt im Inneren verbunden. Dadurch wurde das Viereck in vier kleinere Vierecke zerlegt. Die Zahlen in den Vierecken geben an, welchen Flächeninhalt das jeweilige Viereck hat.

Welchen Flächeninhalt hat das graue Viereck?

- (A)  $11 \text{ cm}^2$  (B)  $12 \text{ cm}^2$  (C)  $13 \text{ cm}^2$  (D)  $14 \text{ cm}^2$  (E)  $15 \text{ cm}^2$





## 2. Mathematik-Olympiade, 570732

Wir betrachten ein Quadrat  $ABCD$  mit der Seitenlänge 6 cm. Ein Punkt  $P$  liegt derart auf der Diagonalen  $\overline{AC}$ , dass der Flächeninhalt des Vierecks  $BCDP$  ein Drittel des Flächeninhalts des Quadrats ist.

Ermittle die Abstände des Punktes  $P$  von der Geraden  $AB$  und  $BC$ .

## 3. Mathematik-Olympiade, 530733

Betrachtet werden ein Dreieck  $ABC$  und die Punkte  $D$  und  $E$  mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Die Punkte  $D$  und  $E$  liegen auf der Dreiecksseite  $\overline{AB}$  derart, dass  $E$  zwischen  $B$  und  $D$  liegt.
  - (2) Die Größe  $\alpha$  des Winkels  $BAC$  ist kleiner als  $45^\circ$ .
  - (3) Der Winkel  $BEC$  ist dreimal so groß wie der Winkel  $BAC$ .
  - (4) Die Winkel  $ACE$  und  $BDC$  sind gleich groß.
  - (5) Die Strecken  $\overline{BC}$  und  $\overline{BD}$  sind gleich lang.
- a) Ermittle unter diesen Voraussetzungen die Größe  $\beta$  des Winkels  $CBA$  in Abhängigkeit von  $\alpha$ .
  - b) Untersuche, für welche Werte von  $\alpha$  das Dreieck  $ABC$  rechtwinklig ist.

## Quellen

- Aufgabe 1:  
Känguru Wettbewerb  
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgabe 2 und 3:  
Mathematik-Olympiade  
<https://www.mathematik-olympiaden.de>