



Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.  
 So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.

## Aufgabenblatt #12.1 Bestimmungsaufgaben (Geometrie)

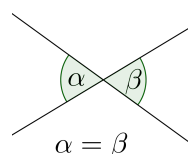
Ziele:

- Wiederholung und Vertiefung des Unterrichtsstoffs.
- Erstellen informativ gestalteter Figuren (Skizzen) zum Abspeichern von Aufgabenstellung und Lösungsplan.
- Stellen von Teilzielfragen bzw. Hilfsmittelfragen zur Lösungsfindung.
- Bewußtes Anwenden der Strategien „Vorwärtsarbeiten“ und „Rückwärtsarbeiten“.
- Erkennen und Lösen überbestimmter Aufgaben.
- Erkennen und Lösen parameterhaltige Aufgaben (s.a. Proben am Spezialfall).

### Merkstoff (Sätze zu Winkeln und Dreiecken)

#### Definition

Zwei Winkel heißen Scheitelwinkel, wenn sie einen gemeinsamen Scheitelpunkt besitzen und ihre Schenkel zwei Geraden bilden.



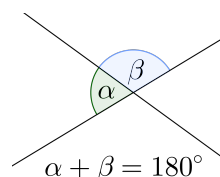
#### Scheitelwinkelsatz

Wenn zwei Winkel Scheitelwinkel sind, dann sind sie gleich groß.

(Gilt die Umkehrung?)

#### Definition

Zwei Winkel heißen Nebenwinkel, wenn sie einen gemeinsamen Scheitelpunkt und einen gemeinsamen Schenkel besitzen. Die verbleibenden beiden Schenkel bilden eine Gerade.



#### Nebenwinkelsatz

Wenn zwei Winkel Nebenwinkel sind, dann sind sie zusammen  $180^\circ$  groß.

(Gilt die Umkehrung?)

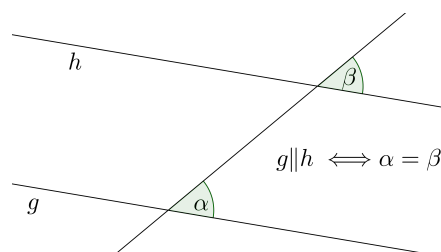
#### Stufenwinkelsatz

Wenn die Geraden  $g$  und  $h$  parallel sind, dann sind Stufenwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß.

#### Kehrsatz

Wenn Stufenwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß sind, dann sind  $g$  und  $h$  parallel.

(Gilt die Umkehrung?)



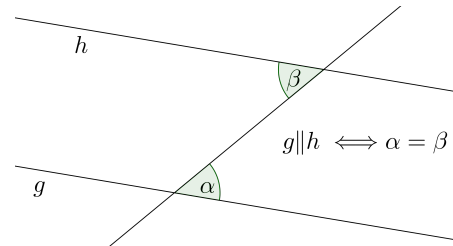


### Wechselwinkelsatz

Wenn die Geraden  $g$  und  $h$  parallel sind, dann sind Wechselwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß.

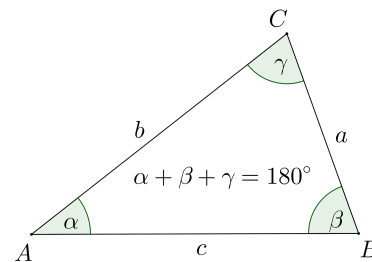
#### Kehrsatz

Wenn Wechselwinkel an  $g$  und  $h$  gleich groß sind, dann sind  $g$  und  $h$  parallel.  
(Gilt die Umkehrung?)



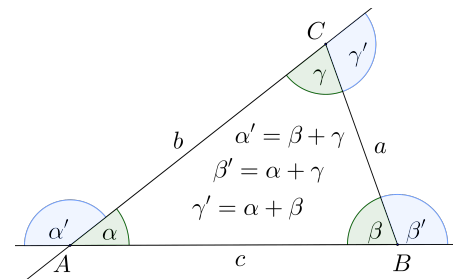
### Innenwinkelsatz für Dreiecke

In jedem Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel  $180^\circ$ .



### Außenwinkelsatz für Dreiecke

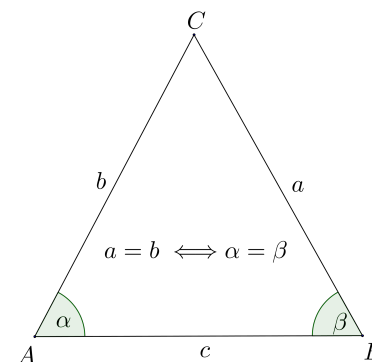
Jeder Außenwinkel eines Dreiecks ist so groß wie die Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel des Dreiecks.



### Satz vom gleichschenkligen Dreieck (Basiswinkelsatz)

Wenn in einem Dreieck zwei Seiten gleichlang sind, dann sind die diesen Seiten gegenüberliegenden Winkel gleich groß (Basiswinkel).

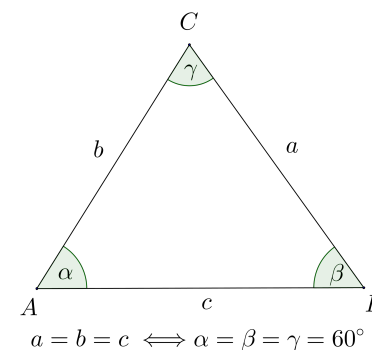
*Kehrsatz:* Wenn in einem Dreieck zwei Winkel gleich groß sind, dann sind die beiden gegenüberliegenden Seiten gleich lang.



### Satz vom gleichseitigen Dreieck

Wenn in einem Dreieck alle drei Seiten gleichlang sind, dann sind alle Innenwinkel  $60^\circ$  groß.

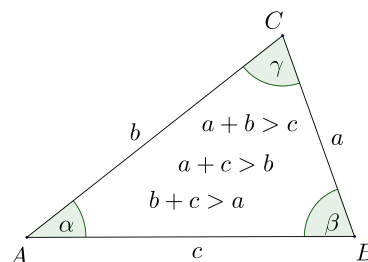
*Kehrsatz:* Sind in einem Dreieck alle Innenwinkel  $60^\circ$  groß, dann sind alle Seiten des Dreiecks gleichlang.





### Dreiecksungleichung

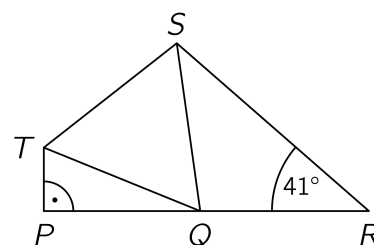
In jedem Dreieck ist die Summe je zweier Seitenlängen stets größer als die dritte Seitenlänge.



1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

(1) **Känguru-Wettbewerb 2024, Klassen 7/8**

In der Figur rechts liegen die Punkte  $P$ ,  $Q$  und  $R$  auf einer Geraden. Das Dreieck  $PQT$  ist rechtwinklig. Das Dreieck  $QST$  ist gleichseitig. Das Dreieck  $QRS$  ist gleichschenkelig mit den Schenkeln  $\overline{QR}$  und  $\overline{QS}$ . Der Winkel  $SRQ$  ist  $41^\circ$  groß.

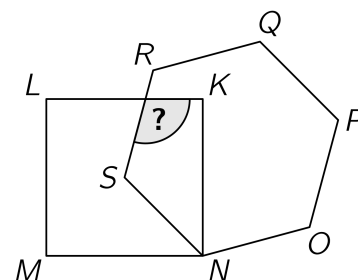


Wie groß ist der Winkel  $PTS$ ?

- (A)  $125^\circ$       (B)  $126^\circ$       (C)  $127^\circ$       (D)  $128^\circ$       (E)  $129^\circ$

(2) **Känguru-Wettbewerb 2024, Klassen 9/10**

Im Bild rechts ist der Eckpunkt  $S$  des regelmäßigen Sechsecks  $NOPQRS$  gleichzeitig der Mittelpunkt des Quadrats  $KLMN$ .



Wie groß ist der mit dem Fragezeichen markierte Winkel?

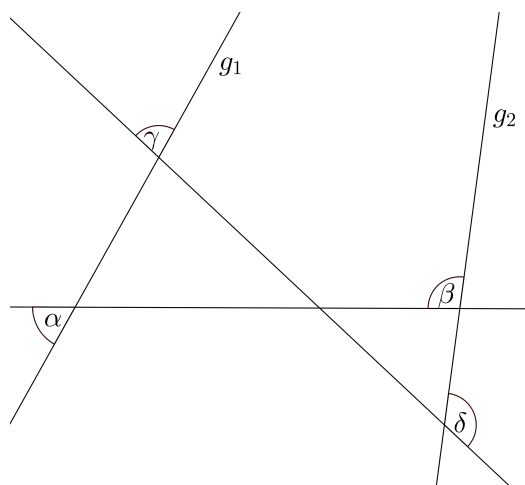
- (A)  $105^\circ$       (B)  $110^\circ$       (C)  $115^\circ$       (D)  $120^\circ$       (E)  $125^\circ$



## 2. Bezirkskomitee Chemnitz

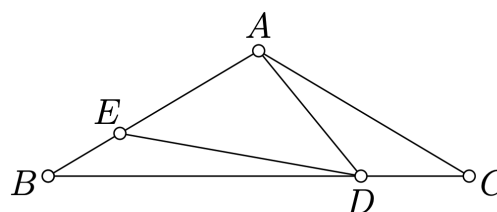
Beim Schnitt von vier Geraden entstehen die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$ .

- Berechne  $\delta$ , wenn  $\alpha = 50^\circ$ ,  $\beta = 130^\circ$  und  $\gamma = 70^\circ$  gilt.
- Was lässt sich in diesem speziellen Fall über die Geraden  $g_1$  und  $g_2$  aussagen?



## 3. Mathematik-Olympiade, 610732

In einem gleichschenkligen Dreieck  $ABC$  mit der Basis  $\overline{BC}$  liegt der Punkt  $D$  auf der Basis  $\overline{BC}$  und der Punkt  $E$  auf dem Schenkel  $\overline{AB}$ , wobei  $D$  und  $E$  von den Eckpunkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  verschieden sind, siehe Abbildung.



Die Strecken  $\overline{AD}$  und  $\overline{AE}$  sind gleich lang und die Größe des Winkels  $\angle DAC$  beträgt  $20^\circ$ .

- Berechne die Größe des Winkels  $\angle EDB$  unter der zusätzlichen Bedingung, dass der Winkel  $\angle CBA$  die Größe  $30^\circ$  hat.
- Berechne die Größe des Winkels  $\angle EDB$  unter der zusätzlichen Bedingung, dass der Winkel  $\angle CBA$  die Größe  $\beta$  hat.

## Quellen

- Aufgabe 1:  
Känguru Wettbewerb  
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgabe 2:  
Bezirkskomitee Chemnitz, Aufgabensammlung für Arbeitsgemeinschaften Klasse 7  
<https://www.bezirkskomitee.de>
- Aufgabe 3:  
Mathematik-Olympiade  
<https://www.mathematik-olympiaden.de>