*Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.
So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.*

Aufgabenblatt #4.2 – Zahlen gesucht

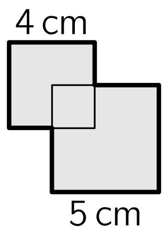
Mit dieser Übungsserie werden wir die natürlichen Zahlen genauer untersuchen. Wir werden uns also mit den ersten grundlegenden Inhalten der sogenannten „Zahlentheorie“' von manchen auch als die „Königin der Mathematik“ bezeichnet, beschäftigen. Dabei werden wir uns vor allem mit der Darstellung von Zahlen, den Rechenoperationen und den Teilbarkeitsregeln befassen. Los gehts!

Lernziele:

- Fachbegriffe: Teiler, Vielfache, Teilermenge, Teilerpaare, Endstellenregel, Quersummenregel
- Teilerregeln bis 10
- Stratgegie: „Bilden von Durchschnittsmengen"
- Strategie: „Informativste Bedingung“
- Strategie: „Tabelle“
- Arbeiten mit Variablen, Termen und Gleichungen

1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

   (1) Der Mittelpunkt des kleinen Quadrats im Bild ist Eckpunkt des großen Quadrats. Die sich schneidenden Seiten der beiden Quadrate sind zueinander senkrecht.

   Welchen Flächeninhalt hat die dick umrandete graue Fläche?

   (A) $37\,\text{cm}^2$ (B) $38\,\text{cm}^2$ (C) $39\,\text{cm}^2$ (D) $40\,\text{cm}^2$ (E) $41\,\text{cm}^2$

   (2) Aus den Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 bilden wir alle möglichen 5-stelligen Zahlen, wobei jede Ziffer genau einmal benutzt wird. Gesucht sind nun jene Zahlen $\overline{abcde}$ unter ihnen, für die gilt: Die Zahl $\overline{a}$ ist durch 1, die Zahl $\overline{ab}$ durch 2, die Zahl $\overline{abc}$ durch 3, die Zahl $\overline{abcd}$ durch 4 und die Zahl $\overline{abcde}$ ist durch 5 teilbar.

   Wie viele solche Zahlen gibt es?

   (A) keine (B) eine (C) zwei (D) fünf (E) 60

Merkstoff

Teilbarkeit

5 ist ein **Teiler** von 30. Weshalb eigentlich?

Wie ihr wisst, können wir 30 ohne Rest durch 5 teilen. 30 ist also ein **Vielfaches** von 5. Dies ist die alles entscheidende Eigenschaft. Wir können also allgemeiner sagen:

Eine natürliche Zahl n ist durch eine natürliche Zahl t teilbar, wenn n ein Vielfaches von t ist.

Alternative, mehr formale Definition (Vereinbarung):
Eine natürliche Zahl n ist durch eine natürliche Zahl t teilbar, wenn es eine natürliche Zahl k gibt, so dass $n = k \cdot t$ gilt.

Kurzschreibweise: $t \mid n$ bzw. $t \nmid n$. (sprich: „t ist ein Teiler von n“ bzw. „t ist kein Teiler von n“)

Beispiele:
6 ist ein Teiler von 42 (kurz: $6 \mid 42$), da 42 ein Vielfaches von 6 ist.
Es gilt: $42 = 7 \cdot 6$. (Hier ist $n = 42$, $k = 7$ und $t = 6$.)

9 ist kein Teiler von 56 (kurz: $9 \nmid 56$), da 56 kein Vielfaches von 9 ist.

	Teilbarkeitsregeln	Beispiel
1	Jede Zahl ist durch 1 teilbar.	
2	Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn deren Einerziffer gerade ist.	
5	Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn deren Einerziffer 0 oder 5 ist.	
10	Einze Zahl ist durch 10 teilbar, wenn deren Einerziffer 0 ist.	
3	Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.	
6	Eine Zahl ist durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.	
9	Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.	
4	Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn deren Einer- und Zehnerziffer eine Zahl bildet, die durch 4 teilbar ist.	
8	Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn deren Einer-, Zehner- und Hunderterziffer eine Zahl bildet, die durch 8 teilbar ist.	
7	Multipliziere die Einerziffer der Zahl mit 2. Subtrahiere das Ergebnis von der Zahl ohne die Einerziffer. Wenn das Ergebnis durch 7 teilbar ist, dann ist auch die ursprüngliche Zahl durch 7 teilbar. Diese Vorgehensweise kannst du mehrmals wiederholen, so oft bis du bei einer Zahl angekommen bist, von der du weißt, ob sie durch 7 teilbar ist oder nicht.	

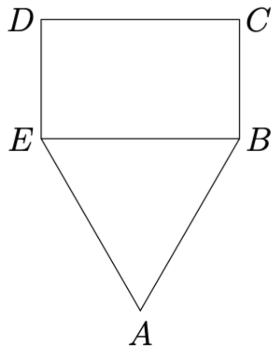
2. Ermittle alle Paare (x,y) von natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:
   (1) $x + 2 \cdot y = 17$ und
   (2) $x \cdot y = 15$.

3. Von einer dreiziffrigen Zahl ist folgendes bekannt:
   (1) Sie hat die Quersumme 9.
   (2) Ihre Zehnerziffer ist um 2 größer als die Einerziffer.
   (3) Die Zahl mit der gespiegelten Ziffernfolge ist um 198 größer als die Zahl selbst.

   Wie lautet die Zahl?

4. "Die etwas andere Aufgabe."

   Die Freundinnen Anne, Berit, Carola, Dana und Eva wohnen in Häusern, die wie in der Abbildung angeordnet sind. Dabei bilden die Häuser von Anne, Berit und Eva ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten und die Häuser von Berit, Carola, Dana und Eva ein Rechteck.
   Wenn Anne von ihrem Haus nacheinander zu Berit, Carola, Dana, Eva und dann wieder zu sich nach Hause geht, legt sie 780 Meter mehr zurück als bei der Strecke von ihrem Haus zu Berit, Eva und wieder zurück zu sich.

   a) Wie weit entfernt voneinander wohnen Berit und Carola?

   Wenn Eva nacheinander zu Berit, Carola, Dana und zu sich zurück läuft, legt sie 250 Meter mehr zurück, als wenn sie nacheinander zu Anne, Berit und wieder zu sich gelaufen wäre.

   b) Wie weit entfernt voneinander wohnen Anne und Eva?

Quellen

- Aufgabe 1: Känguru Wettbewerb: 2017(B7) und 2011(Aufgabe 24)
  `http://www.mathe-kaenguru.de`
- Aufgaben 2:
  Bezirkskomittee Chemnitz, Aufgabensammlung für Arbeitsgemeinschaften Klasse 5
  `https://www.bezirkskomitee.de`
- Aufgabe 3: Mathematik-Olympiade: 430531
  `https://www.mathematik-olympiaden.de`
- Aufgabe 4: FüMO – Das Buch
  `https://www.fuemo.de`