



*Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.
 So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.*

Aufgabenblatt #7.2 – Entdecken von Gesetzmäßigkeiten

1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

- (1) Einer der folgenden Ausdrücke ändert seinen Wert nicht, wenn die Zahl 8 durch eine beliebige andere positive Zahl ersetzt wird, aber jede 8 durch die gleiche.

Welcher?

- (A) $(8 + 8) : 8 + 8$ (B) $8 \cdot (8 + 8) : 8$ (C) $8 + 8 - 8 + 8$
 (D) $(8 + 8 - 8) \cdot 8$ (E) $(8 + 8 - 8) : 8$

- (2) Im fernen Polygonien haust die Hexe Hexagona. Erst gestern hat sie das Quadrat Quentin verzaubert. Sagt Quentin eine wahre Aussage, wird jede seiner Seiten 2 cm kürzer. Bei einer falschen Aussage verdoppelt sich sein Umfang. Im Moment sind Quintins Seiten jeweils 8 cm lang, er traut sich kaum zu sprechen.

Welche Seitenlänge kann das Quadrat Quentin nach 4 Aussagen, von denen 2 wahr und 2 falsch sind, höchstens haben?

- (A) 28 cm (B) 26 cm (C) 22 cm (D) 20 cm (E) 16 cm

2. Berühmt und berüchtigt. Setze die Zahlenfolgen um jeweils drei weitere Glieder fort.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	...	Name
a)	2	3	5	7	11				...	
b)	1	1	2	3	5				...	

3. Ergänze die Zahlenfolge um jeweils drei weitere Glieder. Gib jeweils das n-te Glied mit Hilfe einer Formel an.

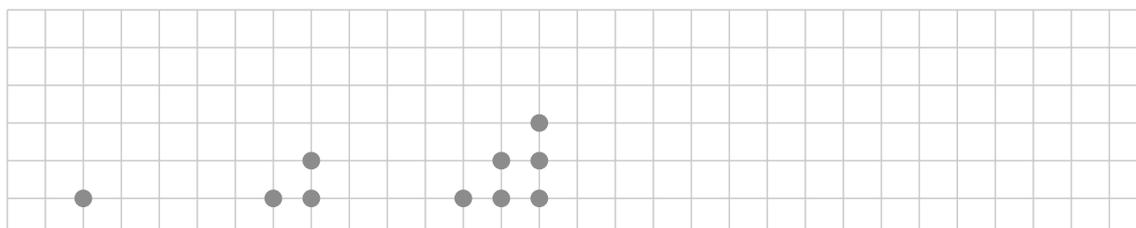
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	...	a_n
a)	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$...	
b)	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{16}$...	
c)	$\frac{3}{1}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{27}$	$\frac{81}{64}$...	
d)	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$...	



4. „Arithmetik der Spielsteine“

Die Pythagoräer legten mit Spielsteinen sogenannte figurierte Zahlen. Somit ist diese Arithmetik schon ca. 2500 Jahre alt.

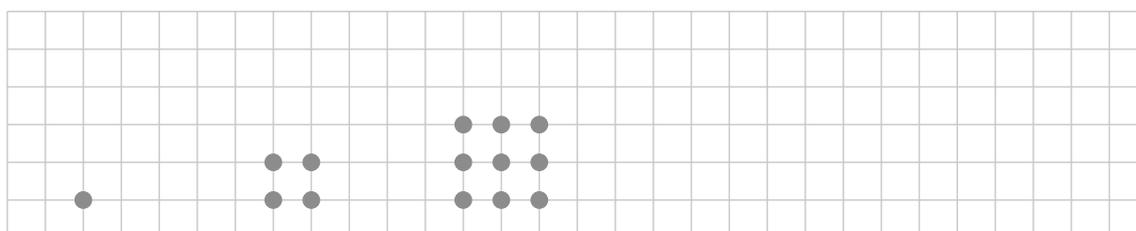
a) Das einfachste Beispiel dazu bilden die sogenannten Dreieckszahlen d_n .



Figur 1 Figur 2 Figur 3

- Zeichne auch die Figuren 4 und 5.
- Zähle die Spielsteine der einzelnen Figuren und beschreibe die Dreieckszahlen durch eine Zahlenfolge, indem du die ersten 5 Glieder angibst.
- Wie lautet das 10. Glied d_{10} ? (Aus wie vielen Spielsteinen besteht die 10. Figur?)
- Finde das Bildungsgesetz d_n für die Dreieckszahlen. (Aus wie vielen Spielsteinen besteht die n-te Figur?)

b) Die nachfolgenden Figuren repräsentieren die sogenannten Viereckszahlen v_n .



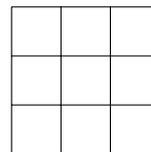
Figur 1 Figur 2 Figur 3

- Zeichne auch die Figuren 4 und 5.
- Zähle die Spielsteine der einzelnen Figuren und beschreibe die Viereckszahlen durch eine Zahlenfolge, indem du die ersten 5 Glieder angibst.
- Wie lautet das 10. Glied v_{10} ? (Aus wie vielen Steinen besteht die 10. Figur?)
- Finde das Bildungsgesetz v_n für die Viereckszahlen. (Aus wie vielen Spielsteinen besteht die n-te Figur?)



5. (Olympiadaufgabe 520633)

Clara beginnt mit einem Quadrat, wir nennen dies „die Figur der Stufe 0“, kurz Figur (0). Sie zerlegt dieses Quadrat in neun gleich große Quadrate, dies ist „die Figur der Stufe 1“ oder Figur (1) (siehe nebenstehende Abbildung).



Jetzt sagt sie sich: Ich will nun immer wieder jedes Quadrat, das genau einen Eckpunkt mit dem ursprünglichen Quadrat aus Figur (0) gemeinsam hat, in neun gleich große Teilquadrate zerlegen. Clara zählt jetzt immer alle diejenigen Quadrate, die in ihrem Inneren keine weiteren Quadrate enthalten, und hält diese Anzahl mit dem Namen $A(n)$ fest, wenn sie n Zerlegungsschritte gemacht hat. Bei der Figur (1) zählt sie also 9 Quadrate und erhält $A(1) = 9$.

- Wie viele Quadrate zählt Clara bei Figur (2)?
- Was erhält Clara für $A(5)$?
- Finde eine Vorschrift (oder Formel) für die Anzahl $A(n)$ in der Stufe n für $(n \geq 1)$ und begründe sie.
- Berechne nun $A(10)$.

Quellen

- Aufgabe 1: Känguru Wettbewerb: 2012 (B9) und (C2) Klasse 7/8
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgaben 2 bis 4:
Bezirkskomitee Chemnitz, Aufgabensammlung für Arbeitsgemeinschaften Klasse 5
<https://www.bezirkskomitee.de>
- Aufgabe 4: Mathematik-Olympiade: 520633
<https://www.mathematik-olympiaden.de>