



*Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.
So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.*

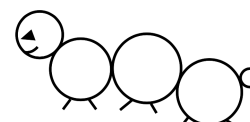
Aufgabenblatt #2.2 – Geschickt Zählen

Mit folgende Dingen werden wir uns auseinandersetzen:

- Vertiefung: Produktregel der Kombinatorik
- Vertiefung: Permutationen (mit und ohne Wiederholung)
- Zählstrategien: und-Verknüpfung, oder-Verknüpfung
- Zählstrategien: mindestens-Aufgaben und höchstens-Aufgaben
- Am Rande erwähnt: Teilmengen, Teilerpaare, Teilbarkeitsregeln, Potenzen

1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

- (1) Ich habe für meinen kleinen Bruder zum Ausmalen eine Raupe aus 5 Kreisen gezeichnet. Er will drei der Kreise gelb und die anderen beiden blau ausmalen.



Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es dafür?

- (A) 3 (B) 4 (C) 7 (D) 8 (E) 10

- (2) In einem Sommerlager sollen 96 Kinder in lauter gleich große Gruppen geteilt werden. Wenn in einer Gruppe mindestens 5 und höchstens 20 Kinder sein sollen, wie viele verschiedene Gruppengrößen sind dann möglich?

- (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 5 (E) 4

2. Wie viele vierstellige Zahlen ...

- a) gibt es insgesamt?
- b) bestehen nur aus verschiedenen Ziffern?
- c) bestehen nur aus ungeraden Ziffern?
- d) gibt es, deren Ziffern alle Primzahlen sind?
- e) nur mit den Ziffern 3, 4 oder 7 gibt es?
- f) sind durch 2 und 5 teilbar?
- g) sind durch 2 oder 5 teilbar?
- h) haben mindestens eine Acht als Ziffer?
- i) haben höchstens drei Sechsen als Ziffern?
- j) bestehen aus mindestens zwei gleichen Ziffern?
- k) bestehen aus höchstens drei gleichen Ziffern?



3. (590531)

Nach dem Aufladen seines Handys stellt Klaus fest, dass er die PIN (ein 4-stelliger Code) vergessen hat. Er weiß nur noch, dass die PIN mit der Ziffer 1 beginnt und mit der Ziffer 3 endet.

- a) Wie viele verschiedene Zahlenkombinationen sind jetzt für die PIN möglich?

Nach der ersten falschen Eingabe fällt ihm ein, dass die Summe der vier Ziffern der PIN 12 beträgt.

- b) Wie viele verschiedene Zahlenkombinationen sind jetzt noch für die PIN möglich?

Auch seine zweite PIN-Eingabe war leider falsch. Klaus bleibt jetzt nur noch ein Versuch übrig, bevor sein Handy gesperrt wird. Ihm fällt wieder ein, dass die PIN keine geraden Ziffern enthält.

- c) Finde alle Zahlenkombinationen, die für die PIN jetzt noch übrig bleiben. Wie hoch ist die Chance, dass er den richtigen Code eingibt?

4. "Die etwas andere Aufgabe."

Für eine natürliche Zahl n gilt: $n = 2^{1998} + 3^{1998} + 5^{1998}$.

Bestimme die Einerziffer der Zahl n !

5. Community Aufgabe

Diese Aufgabe werden wir nicht im Livestream diskutieren, sondern später in den Kommentaren.

Dominik bestaunt sein neues Fahrrad. Der Kilometerzähler zeigt grundsätzlich vier Stellen an (einschließlich der Ziffer 0). Dominik denkt über besonders auffällige Ziffernfolgen nach, die bei seinem Kilometerzähler auftreten können.

- a) Wie viele Kilometerstände mit vier verschiedenen Ziffern sind möglich?
b) Wie oft zeigt der Zähler eine Zahl mit lauter gleichen Ziffern an?
c) Wie oft stellt sich eine Zahl ein, bei der nur die erste und die dritte, sowie die zweite und die vierte Ziffern übereinstimmen?
d) Wie oft kann Dominik eine Zahl mit lauter ungeraden Ziffern bestaunen? (Bedenke bitte, dass der Kilometerzähler führende Nullen immer mit anzeigt!)

Quellen

- Aufgabe 1: Känguru Wettbewerb: 2000(18.) und 2000(23.)
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgabe 3 und 5: Mathematik-Olympiade: 590531, 440523
<https://www.mathematik-olympiaden.de>
- Aufgabe 4: FüMO – Das Buch
<https://www.fuemo.de>