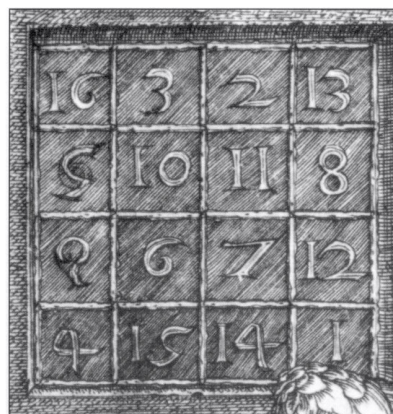




Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen. So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.

Aufgabenblatt #6.1 – Magische Quadrate

Betrachte das nebenstehende Quadrat. Was fällt dir auf? Notiere deine Beobachtungen so genau wie möglich und lies erst dann weiter.

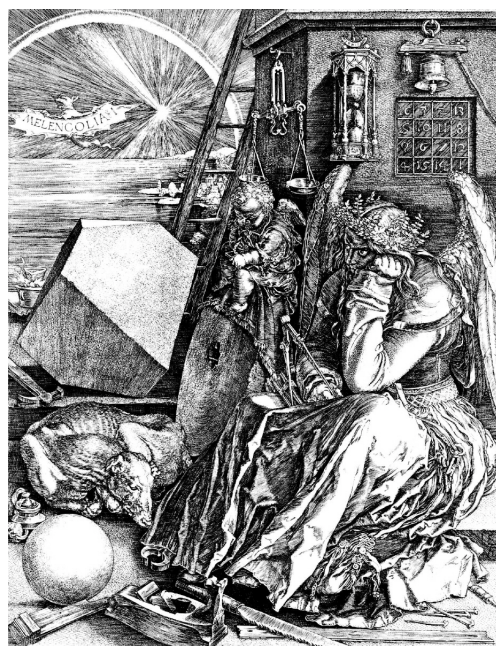


Sicher ist dir aufgefallen, dass alle Zahlen von 1 bis 16 genau einmal vorkommen und dass die Summen der Zahlen in den Zeilen, Spalten und Diagonalen übereinstimmen. Quadrate mit derartigen Eigenschaften bezeichnen wir als **magische Quadrate**.

Ein magisches Quadrat hat die **Ordnung n**, wenn es n Zeilen und n Spalten besitzt. Befinden sich in dem Quadrat die Zahlen $1, 2, \dots, n^2$, so bezeichnen wir dieses als **normal**. In allen anderen Fällen handelt es sich um ein **nicht normales** magisches Quadrat. Die Summe der Zahlen in den Zeilen, Spalten oder Diagonalen bezeichnen wir als **magische Summen**.

Das dargestellte Quadrat ist ein normales magisches Quadrat der Ordnung 4 mit der magischen Summe 34.

Das dargestellte magische Quadrat kannst du auch in dem **Bild „Melancholie“ von Albrecht Dürer (1471-1528)** entdecken. Findest du es? Es gehört zu den berühmtesten und bekanntesten magischen Quadraten. Kannst du dir vorstellen, weshalb dies so ist? (Bitte nicht weiterlesen, bevor du Dürers Quadrat noch einmal ganz genau untersucht hast.)

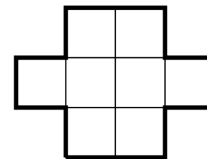


Vielleicht ist dir aufgefallen, dass in diesem auch die Summe der Eckzahlen sowie auch die Summe der Zahlen des kleinen Innenquadrates mit der magischen Summe übereinstimmen. Die Eigenschaften von magischen Quadraten machen es schwierig derartige Quadrate zu konstruieren. Wenn du Lust hast, kannst du es ja einmal versuchen.



1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

- (1) Die abgebildete Figur ist aus 8 Quadraten zusammengesetzt. Der Umfang, also die Länge des dick gezeichneten Randes dieser Figur, beträgt 42 m.



Wie groß ist der Flächeninhalt der Figur?

- (A) 8 cm^2 (B) 9 cm^2 (C) 24 cm^2 (D) 72 cm^2 (E) 128 cm^2

- (2) Die 12 Zahlen von 1 bis 12 sind so im Kreis angeordnet, dass sich benachbarte Zahlen entweder um 1 oder um 2 unterscheiden.

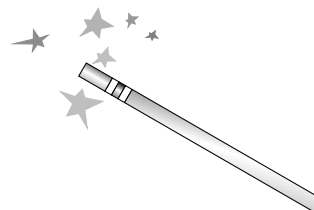
Welche der folgenden Zahlen müssen dann Nachbarn sein?

- (A) 5 und 6 (B) 10 und 9 (C) 6 und 7 (D) 8 und 10 (E) 4 und 3

2.

7	15	8
11	10	9
12	5	13

Dies ist ein magisches Quadrat. Wenn du die drei Zahlen in einer Zeile oder Spalte oder Diagonale addierst, kommt immer die Zauberzahl, in diesem Beispiel 30, heraus.



Auch das sind magische Quadrate. Versuche mit Hilfe deiner magischen Energie die fehlenden Zahlen zu finden.

6	13	
11	9	

Zauberzahl: 27

7		15
	13	
		19

Zauberzahl: ...

	11	
	32	
		16

Zauberzahl: 96

	12	14
18		
		15

Zauberzahl: ...

3. Untersuche, ob sich die leeren Felder der folgenden 4x4-Felder-Tafeln so mit Zahlen füllen lassen, dass normale magische Quadrate 4. Ordnung entstehen.

1		11	14
12		2	
	3		
15		5	4

1	14		
		6	9
	11		5
13		3	

16			12
	15		8
5		2	
4			1



4. "Die etwas andere Aufgabe."

Drei Frauen treffen sich und unterhalten sich über ihre Kinder und Neffen und deren Alter.

- a) Frau H. sagt: „Meine drei Neffen sind zusammen 50 Jahre alt, Trick ist drei Jahre jünger als Trick, und Trick ist fünf Jahre jünger als Track.“

Wie alt sind die drei Neffen jeweils?

- b) Frau L. sagt: „Alle meine drei Kinder sind älter als ein Jahr; das Produkt ihrer drei Alterszahlen ist 50.“

Wie alt sind die Kinder von Frau L. jeweils?

- c) Frau S. schließlich sagt: „Die Summe des Alters meiner drei Neffen ist auch 50, und alle Alterswerte sind Primzahlen, und zwischen dem Ältesten und dem Jüngsten liegen weniger als dreißig Jahre.“

Können Frau H. und Frau L. aus diesen Angaben das Alter der Neffen von Frau S. eindeutig bestimmen? Begründe deine Antwort.

Hinweis: Primzahlen sind Zahlen, die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind. Die kleinste Primzahl ist 2.

5. Community Aufgabe

Für das Schulfest der Grundschule Zwerglandia probt die Klasse 5c das Theaterstück *Schneewlkchen und die vier Zwerge*.

Die vier Jungen Mario, Nico, Peppo und Rocco übernehmen die Rolle der vier Zwerge. Sie tragen Mützen in den Farben orange, gelb, weiß und blau. Außerdem haben die vier Jungen auf Grund besonderer Eigenschaften Spitznamen erhalten. Ein Junge wird der Lustige genannt, einer der Träumer, einer der Stolperer – und der vierte Junge ist der Vergessliche.

Nur, wer ist was? Die Klassenlehrerin sagt:

- (1) Ein Junge träumt beim Anblick seiner Mütze von reifen Orangen.
- (2) Mario ist kein Träumer und trägt weder die weiße noch die blaue Mütze.
- (3) Der Stolperer trägt nicht die orangefarbene Mütze.
- (4) Nico hat schon wieder vergessen, dass er nicht die blaue Mütze aufsetzen muss.
- (5) Rocco steht auf der Bühne neben dem Zwerg mit der gelben Mütze.
- (6) Peppo ist bei seinen Auftritten noch nie gestolpert, weil er auch nicht träumt.

Welcher Junge trägt welche Mütze und hat welche Eigenschaft?



Quellen

- Einleitender Text zu den Magischen Quadraten (bearbeitet)
Schülerzirkel Mathematik, Korrespondenzzirkel 2012/13, Universität Stuttgart
- Aufgabe 1: Känguru Wettbewerb: 2012(B6) und 2012(C7)
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgaben 2 und 3:
Bezirkskomitee Chemnitz, Aufgabensammlung für Arbeitsgemeinschaften Klasse 5
<https://www.bezirkskomitee.de>
- Aufgabe 4 und 5: Mathematik-Olympiade: 500531 und 480533
<https://www.mathematik-olympiaden.de>